

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>Inhaltsverzeichnis</b> .....	vii
<b>Verzeichnis der Übersichten</b> .....	xx
<b>Abbildungsverzeichnis</b> .....	xxiii
<b>Tabellenverzeichnis</b> .....	xxviii
<b>1 Grundlagen zur Planung</b> .....	1
1.1 Definition und Aufgaben der Statistik .....	1
1.2 Wissenschaftliche Arbeitstechnik .....	4
1.2.1 Daten und Modelle .....	4
1.2.2 Kreisprozesse .....	5
1.2.3 Modelle in der Statistik .....	7
1.3 Statistik und wissenschaftliche Methode .....	9
1.3.1 Wiederholbare Erfahrungen .....	9
1.3.2 Inferenz: Deduktion und Induktion .....	10
1.3.3 Beobachtungsstudien .....	11
1.3.3.1 Hinweise zu einer Befragung .....	12
1.3.3.2 Hinweise zu einer Erhebung .....	13
1.3.4 Systematische Fehler (Bias) .....	14
1.3.5 Fehlende Angaben .....	15
1.3.6 Deskriptiver Ansatz .....	16
1.3.6.1 Merkmale und Dimensionalität .....	17
1.3.6.2 Data Editing .....	17
1.3.7 Explorativer Ansatz .....	18
1.3.8 Konfirmativer Ansatz .....	19
1.3.9 Grundgesamtheit und Stichprobe .....	20
1.3.9.1 Offene und geschlossene Grundgesamtheiten .....	21
1.3.10 Stichproben .....	21
1.3.11 Zufallsstichproben .....	22
1.4 Datenanalyse .....	23
1.4.1 Merkmalsarten .....	23

1.4.2	Von Beobachtungen zu Daten - Skalierung .....	24
1.4.2.1	Zulässige Skalentransformationen .....	26
1.4.3	Datenstruktur, Datengewinnung und Datenerfassung .....	28
<b>2</b>	<b>Grundlagen aus der Mathematik</b> .....	<b>31</b>
2.1	Logische und relationale Operatoren .....	31
2.2	Mengen .....	32
2.2.1	Begriffsbildung .....	32
2.2.2	Mengenoperationen .....	33
2.3	(Grund-) Rechenarten .....	35
2.3.1	Summen und Produkte .....	35
2.3.1.1	Das Summenzeichen .....	35
2.3.1.2	Spezielle Summen .....	38
2.3.1.3	Multiplikation und Division; Fakultät .....	39
2.3.2	Potenzen und Wurzeln .....	40
2.3.3	Logarithmen .....	42
2.3.4	Rundungen .....	43
2.3.5	Rechnen mit fehlerbehafteten Zahlen .....	45
2.4	Einführung in die Matrixalgebra .....	46
2.4.1	Definition und Schreibweise .....	46
2.4.2	Matrixoperationen .....	47
2.4.2.1	Matrixaddition und -subtraktion .....	47
2.4.2.2	Matrixmultiplikation .....	48
2.4.3	Determinanten .....	50
2.4.4	Die Inverse Matrix .....	51
2.4.5	Lineare Abhängigkeit, Rang einer Matrix .....	51
2.4.6	Lineare Gleichungssysteme .....	52
2.4.7	Eigenwerte und Eigenvektoren .....	53
2.5	Funktionen .....	54
2.5.1	Lineare Funktionen .....	54
2.5.2	Nichtlineare Funktionen .....	55
2.5.2.1	Polynomfunktionen .....	55
2.5.3	Periodische Funktionen .....	56
2.5.4	Exponentialfunktion und logarithmische Funktion .....	57
2.5.4.1	Wachstumsfunktionen .....	58
2.5.5	Fläche unter einer Funktion: Integral .....	59
2.6	Kombinatorik .....	61
2.6.1	Permutationen .....	61
2.6.2	Binomialkoeffizient .....	62
2.6.2.1	Rechnen mit dem Binomialkoeffizienten - weitere Formeln .....	63
2.6.3	Kombinationen .....	64
2.6.4	Zerlegung einer Menge .....	66
2.6.5	Bootstrap-Stichproben .....	67
2.6.6	Das Pascalsche Dreieck .....	67
2.6.7	Der Multinomialkoeffizient .....	69
<b>3</b>	<b>Deskriptive Statistik</b> .....	<b>70</b>
3.1	Häufigkeiten .....	71
3.1.1	Absolute und relative Häufigkeiten .....	71
3.1.2	Sinnvolle Quotienten: Verhältniszahlen .....	73
3.1.3	Prozentwerte .....	75
3.1.4	Balken- und Kreisdiagramme .....	76

3.1.5	Tabellen	77
3.1.5.1	Rechteckdiagramm und Mosaikplot	78
3.1.6	Bedingte Häufigkeiten	78
3.1.6.1	Simpson's Paradox (Vergleich von Anteilswerten)	79
3.1.6.2	Assoziationsmaße für Kontingenztafeln	79
3.2	Beschreibung von Ordinaldaten	81
3.2.1	Medianwert und andere Quantile	82
3.2.2	Klassierte Beobachtungen: Berechnung von Quantilen	84
3.2.3	Streuung ordinal skalierten Daten	85
3.2.4	Punktdiagramm und Box-Plot	85
3.2.5	Korrelationskoeffizient nach Kendall	87
3.2.6	Partielle Rangkorrelation	89
3.3	Beschreibung von metrischen Daten	92
3.3.1	Arithmetischer Mittelwert	92
3.3.2	Standardabweichung, Varianz	94
3.3.3	Ergänzung und Kombination von Mittelwerten und Varianzen	96
3.3.4	Variationskoeffizient	97
3.3.5	Der Streubereich um den Mittelwert	97
3.3.6	Mittelwert und Standardabweichung aus klassierten Messwerten	98
3.3.7	Das gewogene arithmetische Mittel und die gewogene Varianz	98
3.3.8	Geometrischer Mittelwert	100
3.3.9	Harmonischer Mittelwert	104
3.4	Fehlerrechnung	107
3.4.1	Fehler in Messungen; Präzision und Richtigkeit	107
3.4.2	Standardfehler von Mehrfachbestimmungen	109
3.4.3	Fehlerfortpflanzung	110
3.4.4	Präzision von Messungen	111
3.5	Häufigkeitsverteilung	114
3.5.1	Histogramm	114
3.5.2	Pareto-Diagramm	117
3.6	Konzentrationsmaße: Herfindahl-Index und Gini-Koeffizient	119
3.7	Maßzahlen für den Zusammenhang metrischer Daten	121
3.7.1	Typisierung korrelativer Zusammenhänge	121
3.7.2	Punktwolken	124
3.7.3	Empirische Kovarianz	125
3.7.4	Empirischer Korrelationskoeffizient	125
3.7.5	Autokorrelation	128
3.7.6	Reliabilitätsanalyse	130
3.7.7	Rangkorrelationskoeffizient nach Spearman	132
3.7.8	Partieller Korrelationskoeffizient	133
3.7.9	Lineare Regression	135
3.7.10	Spezielle Schätzungen der Regressionsgeraden	138
3.7.10.1	Das Bartlett-Verfahren	139
3.7.10.2	Das Kerrich-Verfahren	140
3.7.10.3	Orthogonale kleinste Quadrate	140
3.7.11	Robuste lineare Regression	141
3.7.12	Nichtlineare Regression	144
3.7.12.1	Einige linearisierende Transformationen	150
3.8	Nichtparametrische Regression	153
3.8.1	Regressogramm, gleitende Mittelwerte und Kernschätzer	153
3.8.2	Kubische Spline-Interpolation	155

<b>4</b>	<b>Wahrscheinlichkeiten</b>	158
4.1	Zufallsexperiment, Ereignis	159
4.2	Begriff der Wahrscheinlichkeit	162
4.2.1	Definition nach Laplace	162
4.2.1.1	Relative Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit	163
4.2.1.2	Chancen (Odds)	164
4.2.2	Axiome nach Kolmogoroff	165
4.2.3	Additionssatz	166
4.2.3.1	Einschluss- und Ausschlussformel (Siebformel)	167
4.2.4	Paradoxon der ersten Ziffer (Benford's Law)	170
4.3	Bedingte Wahrscheinlichkeiten, stochastische Unabhängigkeit	171
4.3.1	Bedingte Wahrscheinlichkeit	171
4.3.1.1	Multiplikationssatz	171
4.3.1.2	Risikomaße [wird durch Abschnitt 7.7.3 ergänzt]	173
4.3.1.3	Wahrscheinlichkeiten aus einer Sterbetafel	174
4.3.1.4	Baumdiagramm und Pfadregeln	175
4.3.2	Stochastische Unabhängigkeit	176
4.3.2.1	Stochastische Unabhängigkeit für drei und mehr Ereignisse	178
4.3.2.2	Unvereinbarkeit und stochastische Unabhängigkeit	179
4.3.2.3	Ungleichungen nach Bonferroni	179
4.3.2.4	Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Korrelation	180
4.3.2.5	Dreizehn Beispiele zur stochastischen Unabhängigkeit	180
4.4	Bayessches Theorem	184
4.4.1	Bayessches Theorem und Pfadregel	186
4.4.2	Acht Beispiele zum Bayesschen Theorem	187
4.5	Der diagnostische Test	189
4.5.1	ROC - Analyse	194
4.5.2	Der Likelihoodquotient	196
4.5.3	Entscheidungsanalyse nach A.J. Vickers	198
4.6	Maßzahlen in der Epidemiologie	199
4.6.1	Prävalenz und Inzidenz	200
4.6.2	Der Impfeffekt	202
4.6.3	Standardisierte Raten am Beispiel der Mortalität	203
<b>5</b>	<b>Zufallsvariablen, Verteilungen</b>	206
5.1	Die Zufallsvariable	206
5.1.1	Wahrscheinlichkeitsfunktion, Wahrscheinlichkeitsdichte und Verteilungsfunktion	207
5.1.1.1	Rechenregeln zur Verteilungsfunktion	211
5.1.1.2	Empirische Verteilungsfunktion	212
5.2	Maßzahlen zur Kennzeichnung einer Verteilung	212
5.2.1	Erwartungswert	213
5.2.2	Varianz	215
5.2.2.1	Ungleichungen mit Wahrscheinlichkeiten	217
5.2.3	Momente: Schiefe und Exzess	219
5.2.3.1	Berechnung der empirischen Momente	220
5.2.3.2	Potenzmomente	221
5.2.3.3	Quantilsmaße zu Schiefe und Exzess	225
5.3	Diskrete Verteilungen	226
5.3.1	Das Urnenmodell	226
5.3.2	Gleichverteilung	228
5.3.3	Binomialverteilung	229

5.3.3.1	Bernoulli-Versuch	229
5.3.3.2	Binomial-Verteilung	230
5.3.3.3	Approximation der Binomialverteilung durch die Standardnormalverteilung	237
5.3.3.4	Approximation der Binomialverteilung durch die Poisson-Verteilung	239
5.3.4	Multinomialverteilung (Polynomialverteilung)	240
5.3.5	Poisson-Verteilung	242
5.3.5.1	Der Dispersionsindex	248
5.3.5.2	Approximation der Poissonverteilung durch die Standardnormalverteilung	250
5.3.6	Negative Binomialverteilung	251
5.3.7	Geometrische Verteilung	255
5.3.8	Hypergeometrische Verteilung	257
5.3.8.1	Approximationen der Hypergeometrischen Verteilung	261
5.3.9	Negative Hypergeometrische Verteilung	261
5.4	Stetige Verteilungen	263
5.4.1	Gleichverteilung	263
5.4.2	Standard-Beta-Verteilung	264
5.4.3	Normalverteilung	269
5.4.3.1	Zentrale Schwankungsintervalle der Standardnormalverteilung	274
5.4.3.2	Hinweise und Beispiele zur Normalverteilung	276
5.4.3.3	Zentraler Grenzwertsatz	281
5.4.4	Halbnormalverteilung	282
5.4.5	Gestutzte Normalverteilung	285
5.4.6	Lognormalverteilung	287
5.4.6.1	Schätzung der Maßzahlen einer Lognormalverteilung	290
5.4.6.2	Empirische Maßzahlen einer Lognormalverteilung	291
5.4.7	Exponentialverteilung	293
5.4.8	Weibull-Verteilung	295
5.4.9	Extremwertverteilung Typ I (Gumbel-Verteilung)	297
5.4.10	Gamma-Verteilung	300
5.5	Testverteilungen	303
5.5.1	Student-Verteilung (t-Verteilung)	303
5.5.1.1	Nichtzentrale t-Verteilung	307
5.5.2	Chiquadrat-Verteilung	308
5.5.2.1	Nichtzentrale Chiquadrat-Verteilung	311
5.5.3	Fisher-Verteilung (F-Verteilung)	312
5.5.4	Interpolation von Tabellenwerten und P-Werten	314
5.5.4.1	Interpolieren von Zwischenwerten der $F$ -Verteilung	318
5.6	Verteilung zweidimensionaler Zufallsvariablen	321
5.6.1	Modellbildung	321
5.6.1.1	Einführendes Beispiel	321
5.6.1.2	Verteilungsfunktion	321
5.6.2	Randverteilungen und Unabhängigkeit	323
5.6.2.1	Bedingte Verteilung und Unabhängigkeit	325
5.6.2.2	Satz von Bayes für Zufallsvariablen	326
5.6.3	Korrelationskoeffizient	327
5.6.4	Zweidimensionale Normalverteilung	328

<b>6</b>	<b>Schätzen</b>	330
6.1	Stichproben-Erhebung	330
6.2	Zufallsstichproben und Zufallszahlen	331
6.2.1	Spezielle Stichprobenverfahren	336
6.3	Das Schätzen von Parametern	339
6.3.1	Vorbemerkungen	340
6.3.1.1	Der Schluss von der Stichprobe auf die Grundgesamtheit	340
6.3.1.2	Punktschätzung und Intervallschätzung	340
6.3.1.3	Schätzwert und Schätzfunktion	341
6.3.2	Wünschenswerte Eigenschaften von Schätzfunktionen	341
6.3.2.1	Unverzerrte Schätzfunktion für die Varianz	342
6.3.3	Gesetz der großen Zahlen	343
6.3.4	Der mittlere quadratische Fehler	343
6.4	Schätzverfahren für Maßzahlen einer Verteilung	345
6.4.1	Momentenmethode	345
6.4.2	Schätzung nach der größten Erwartung (MLE)	346
6.4.2.1	ML-Schätzer zur Binomialverteilung	348
6.4.2.2	ML-Schätzer zur Negativen Binomialverteilung	348
6.4.2.3	ML-Schätzer zur Poisson-Verteilung	350
6.4.2.4	ML-Schätzer zur Normalverteilung	351
6.4.2.5	ML-Schätzer zur gestutzten Normalverteilung	352
6.4.3	Schätzung nach dem kleinsten Fehler (OLS)	353
6.5	Intervallschätzung - Konfidenzintervalle	354
6.6	Konfidenzintervall für Anteilswerte	357
6.6.1	Approximation durch die Normalverteilung	361
6.6.2	Nullergebnisse bzw. Vollergebnisse	363
6.6.3	Schnellschätzung der Vertrauensgrenzen anhand einer beobachteten relativen Häufigkeit nach Clopper und Pearson	364
6.6.4	Konfidenzintervall für die Differenz zweier Anteile	365
6.6.5	Konfidenzintervall für das Verhältnis zweier Anteile	367
6.6.6	Mindestumfang einer Stichprobe zur Schätzung eines Anteils	369
6.6.7	Simultane Konfidenzintervalle für multinomiale Anteile	372
6.7	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert einer Poisson-Verteilung	373
6.7.1	Zentrale („exakte“) Konfidenzintervalle für den Erwartungswert	374
6.7.2	Nicht-zentrale (kürzeste) Konfidenzintervalle nach Crow und Gardner	375
6.7.3	Konfidenzintervall für das Verhältnis zweier Raten (Poisson-Verteilung)	377
6.7.4	Konfidenzintervalle für standardisierte Raten	378
6.8	Konfidenzintervalle für den Erwartungswert bei Normalverteilung	381
6.8.1	Vertrauenswahrscheinlichkeit und Irrtumswahrscheinlichkeit	381
6.8.2	Konfidenzintervall für den Erwartungswert einer Normalverteilung	383
6.8.3	Konfidenzintervall für die Differenz zweier Erwartungswerte	386
6.8.4	Konfidenzintervall für den Erwartungswert aus Paardifferenzen	387
6.8.5	Konfidenzintervall für das Verhältnis zweier Erwartungswerte	388
6.8.6	Konfidenzintervall für Verhältniszahlen	389
6.8.7	Konfidenzintervall für den Erwartungswert einer Lognormalverteilung	390
6.9	Konfidenzintervalle für die mittlere absolute Abweichung	391
6.10	Konfidenzintervalle für den Median	392
6.10.1	Konfidenzintervalle für die Differenz und den Quotienten von Medianen	396
6.10.2	Verteilungsunabhängige Konfidenzintervalle für beliebige Quantile	398
6.10.3	90%-Konfidenzintervalle für Referenzwerte	399
6.11	Konfidenzintervalle nach dem Bootstrap-Verfahren	402

6.12	Konfidenzintervalle für die Varianz bzw. die Standardabweichung	405
6.12.1	Konfidenzintervalle für den Variationskoeffizienten	408
6.12.2	Konfidenzintervalle für den Quotienten zweier Varianzen	409
6.13	Weibull-Verteilung	410
6.13.1	Bestimmung der Parameter	410
6.13.2	Konfidenzintervall für die Weibull-Gerade	412
6.14	Konfidenzintervalle für die Parameter einer linearen Regression	413
6.14.1	Die Schätzung einiger Standardabweichungen	413
6.14.2	Konfidenzintervalle für den Regressionskoeffizienten, für den Achsenabschnitt und für die Restvarianz	417
6.14.3	Konfidenzintervalle und Prädiktionsintervalle für die Regressionsgerade	419
6.14.4	Inverse Prädiktion aus einer linearen Regression	422
6.15	Konfidenzintervall für den Korrelationskoeffizienten nach Pearson	423
6.16	Übereinstimmung und Präzision von Messwerten	425
6.16.1	Übereinstimmung von Messwertreihen nach Bland-Altman	425
6.16.2	Regressionsverfahren zur Übereinstimmung zweier Messwertreihen	428
6.16.3	Vergleich der Präzision und der Genauigkeit zweier Messwertreihen	431
6.16.4	Der Konkordanz-Korrelationskoeffizient nach Lin	432
6.16.5	Intraklassen-Korrelation: Interrater-Reliabilität	434
6.17	Toleranzgrenzen	437
6.17.1	Verteilungsunabhängige Toleranzgrenzen	439
6.18	Voraussageintervalle (Prädiktionsintervalle)	441
6.18.1	Voraussageintervalle für den Mittelwert aus künftigen Beobachtungen	441
6.18.2	Voraussageintervalle für alle künftigen Beobachtungen	442
6.18.3	Voraussageintervalle für die Standardabweichung aus künftigen Beobachtungen	443
6.19	Bayes-Schätzung	444
6.19.1	A-priori Verteilungen (Prior)	447
6.19.2	Parameterschätzung nach Bayes	449
<b>7</b>	<b>Hypothesentest</b>	<b>454</b>
7.1	Der statistische Test	454
7.1.1	Entscheidungsprinzipien	455
7.1.2	Statistische Hypothesen und Testentscheidungen	456
7.1.3	Die Formulierung von Hypothesen	460
7.1.3.1	Alternativhypothese als Gegensatz zur Nullhypothese	460
7.1.3.2	Durch Daten angeregte Hypothesen	460
7.1.4	Der <i>P</i> -Wert nach R.A. Fisher	461
7.1.5	Wie oft wird eine wahre Nullhypothese abgelehnt?	463
7.1.6	Statistischer Test - Schritt für Schritt	464
7.1.6.1	Der Likelihood-Quotient; das Neyman-Pearson Lemma	467
7.1.7	Powerfunktion und Operationscharakteristik	469
7.1.8	Die Operationscharakteristik	474
7.1.8.1	Die OC-Kurve in der Qualitätskontrolle	474
7.1.9	Test auf Überlegenheit, Äquivalenz und Nichtunterlegenheit	477
7.1.10	Verteilungsunabhängige Verfahren	478
7.2	Tests der Verteilung (Anpassungstests, goodness-of-fit)	481
7.2.1	Der Quotient $R/s$	483
7.2.2	Überprüfung des 3. und 4. Momentes	484
7.2.3	Der Quantile-Quantile Plot	486
7.2.4	Box-Cox-Transformation	488
7.2.5	Der Chiquadrat-Anpassungstest	490

7.2.6	Kolmogoroff-Smirnoff Anpassungstest	494
7.2.6.1	Anpassung an eine Poisson-Verteilung	497
7.2.7	Shapiro-Wilk Test	498
7.2.8	Anderson-Darling Test	499
7.2.9	Ausreißerproblem	500
7.2.9.1	Grubbs-Test für Ausreißer	502
7.2.9.2	Q-Test nach Dixon für kleine Stichproben	503
7.2.9.3	Standardisierte Extremabweichungen	504
7.3	Einstichprobenverfahren	505
7.3.1	Hypothesen zu Wahrscheinlichkeiten	505
7.3.1.1	Binomialtest	505
7.3.1.2	Binomialtest - Approximation durch die Normalverteilung	507
7.3.1.3	Binomialtest - Fallzahlabeschätzung	509
7.3.1.4	Binomialtest: Likelihood-Quotienten-Test	511
7.3.2	Hypothesen zu Erwartungswerten, die sich auf einen empirischen Mittelwert beziehen	513
7.3.2.1	Einstichproben- $t$ -Test	513
7.3.2.2	Fallzahlabeschätzung zum Einstichproben- $t$ -Test	515
7.3.2.3	Einstichproben-test auf Äquivalenz	517
7.3.3	Einstichproben-Median-Test	518
7.3.4	Vergleich einer empirischen Varianz mit ihrem Parameter	520
7.3.5	Asymptotischer Test für den Variationskoeffizienten	521
7.3.6	Prüfung der Zufällsmäßigkeit einer Folge von Alternativdaten oder von Messwerten	522
7.3.6.1	Die sukzessive Differenzenstreuung	522
7.3.6.2	Der Iterationstest für die Prüfung, ob eine Folge von Alternativdaten oder von Messwerten zufallsgemäß ist	523
7.3.6.3	Phasenhäufigkeitstest von Wallis und Moore	526
7.3.6.4	Der Vorzeichen-Trendtest von Cox und Stuart	527
7.3.6.5	Variabilität der zentralen Tendenz	528
7.3.7	Prüfung der Erwartungswerte von Poisson-Verteilungen	529
7.3.7.1	Fallzahl und Power zum Einstichproben-Lambda-Test	531
7.3.7.2	Stichprobenumfang zur Prüfung einer Defektrate	532
7.4	Zweistichprobenverfahren	533
7.4.1	Vergleich zweier Varianzen (F-Test)	533
7.4.1.1	Varianzvergleich bei kleinem bis mittlerem Stichprobenumfang	534
7.4.1.2	Varianzvergleich bei mittlerem bis großem Stichprobenumfang	535
7.4.1.3	Varianzvergleich bei großem bis sehr großem Stichprobenumfang	536
7.4.1.4	Stichprobenumfang und Power für den F-Test	536
7.4.1.5	Vergleich der Streuung zweier kleiner Stichproben nach Pillai und Buenaventura	537
7.4.1.6	Vergleich zweier Variationskoeffizienten	537
7.4.2	Rangdispersionstest von Siegel und Tukey	540
7.4.3	Ansari-Bradley Test	544
7.4.4	$t$ -Test für unabhängige Stichproben	546
7.4.4.1	Unbekannte aber gleiche Varianzen	546
7.4.4.2	$t$ -Test bei unbekanntem Varianzen, die möglicherweise ungleich sind	551
7.4.4.3	Fallzahlabeschätzung für den $t$ -Test: zwei unabhängige Stichproben	553
7.4.4.4	Bootstrap: $t$ -Test Variante	558



7.4.4.5	Multivariater $t$ -Test: Hotelling's $T^2$ .....	559
7.4.5	$t$ -Test für Paardifferenzen .....	561
7.4.5.1	Gepaarte Beobachtungen .....	561
7.4.5.2	Absolute oder prozentuale Veränderungen .....	562
7.4.5.3	$t$ -Test für paarweise angeordnete Messwerte .....	563
7.4.5.4	Prüfung der Gleichheit zweier Varianzen paariger Stichproben ..	565
7.4.6	Wilcoxon-Rangsummentest für zwei unabhängige Stichproben ( $U$ -Test) ..	566
7.4.6.1	Der $U$ -Test bei Rangaufteilung .....	574
7.4.6.2	Effektstärke im Vergleich unabhängiger Stichproben .....	576
7.4.6.3	Fallzahlabeschätzung für den $U$ -Test .....	579
7.4.7	Wilcoxon-Paardifferenzentest .....	581
7.4.7.1	Konfidenzintervall für den Median aus Paardifferenzen .....	585
7.4.7.2	Der Maximum-Test für Paardifferenzen .....	585
7.4.7.3	Der Vorzeichentest von Dixon und Mood .....	586
7.4.7.4	Stichprobenumfang für den Vorzeichentest / Wilcoxon-Test für Paardifferenzen .....	588
7.4.8	Vergleich zweier Erwartungswerte aus Poisson-Verteilungen .....	589
7.4.9	Vergleich zweier unabhängiger Stichproben nach Kolmogoroff/Smirnow ..	592
7.4.9.1	Cramér-von Mises Test .....	595
7.4.10	Einige weitere verteilungsunabhängige Verfahren für den Vergleich unabhängiger Stichproben .....	597
7.4.10.1	Der Zwei-Stichproben Dispersionstest: Count Five .....	597
7.4.10.2	Rosenbaumsche Schnelltests .....	598
7.4.10.3	Permutationstest, Randomisierungstest .....	599
7.4.10.4	Der Vergleich zweier unabhängiger Stichproben: Schnelltest nach Tukey .....	603
7.4.10.5	Der Median-Test .....	604
7.4.11	Zweistichprobentest auf Äquivalenz .....	606
7.4.11.1	Test auf Bioäquivalenz .....	607
7.5	Mehrfacher Hypothesentest .....	609
7.5.1	Multipl. Testproblem .....	609
7.5.2	Adjustierung von $P$ -Werten .....	612
7.5.3	Kombination von $P$ -Werten aus gleichgerichteten einseitigen Tests .....	617
7.6	Mehrstichprobenverfahren, varianzanalytische Methoden .....	619
7.6.1	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen aus normalverteilten Grundgesamtheiten .....	619
7.6.1.1	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Hartley .....	619
7.6.1.2	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Cochran .....	621
7.6.1.3	Prüfung der Gleichheit mehrerer Varianzen nach Bartlett .....	622
7.6.1.4	Robuster Test auf Varianzhomogenität nach Levene in der Brown-Forsythe-Version .....	624
7.6.2	Transformation zur Stabilisierung der Varianz .....	625
7.6.3	Einfache Varianzanalyse (ANOVA, analysis of variance) .....	627
7.6.3.1	Permutationstest zur Varianzanalyse .....	631
7.6.3.2	Stichprobenumfänge und Power für den varianzanalytischen Mittelwertvergleich .....	632
7.6.4	Multiple paarweise Vergleiche und weitere Mittelwertvergleiche .....	634
7.6.4.1	Multiple Vergleiche nach Tukey-Kramer .....	634
7.6.4.2	Multiple Vergleiche nach Games-Howell .....	637
7.6.4.3	Multiple Vergleiche mit einer Kontrolle nach Dunnett .....	639
7.6.4.4	Multiple Vergleiche: Auswahl des „Besten“ nach Hsu .....	641

7.6.4.5	Bereichsschätzung für $\mu_{max}$ und Auswahl der „besten“ $\bar{x}_i$ . . . . .	644
7.6.4.6	Multipler Vergleich von Mittelwerten mit dem Gesamtmittel: Maximum-Modulus-Ansatz . . . . .	644
7.6.4.7	Beurteilung linearer Kontraste nach Scheffé . . . . .	646
7.6.4.8	Bildung homogener Gruppen von Mittelwerten anhand des nach Hayter modifizierten LSD-Tests, eines Lücken-Tests für geordnete $\mu_i$ . . . . .	650
7.6.5	H-Test von Kruskal und Wallis . . . . .	651
7.6.5.1	Multiple paarweise Vergleiche mittlerer Ränge . . . . .	654
7.6.5.2	H-Test mit Stichproben-Untergruppen . . . . .	658
7.6.5.3	H-Test-Variante: Vergleich eines Standards mit mehreren Behandlungen . . . . .	659
7.6.5.4	Trendtest nach Jonckheere: Vergleich mehrerer geordneter Verteilungsfunktionen, zugleich ein Trendtest für Mediane . . . . .	660
7.6.6	Varianzanalyse für Messwiederholungen (Blockvarianzanalyse) . . . . .	663
7.6.7	Friedman-Test . . . . .	665
7.6.7.1	Multiple paarweise Vergleiche mit einer Kontrolle . . . . .	668
7.6.7.2	Multiple paarweise Vergleiche nach Wilcoxon und Wilcox . . . . .	670
7.6.7.3	Page-Test für geordnete Alternativen . . . . .	673
7.6.7.4	Spannweitenrangtest nach Quade . . . . .	675
7.6.8	Zweifache Varianzanalyse . . . . .	677
7.6.9	Analyse von wiederholten Messungen . . . . .	682
7.6.9.1	Typisierung wiederholter Messungen . . . . .	682
7.6.9.2	ANOVA für wiederholte Messungen (gemischte Modelle) . . . . .	686
7.6.10	Prinzipien der Versuchsplanung . . . . .	687
7.7	Die Analyse von Häufigkeiten . . . . .	694
7.7.1	Vergleich zweier relativer Häufigkeiten . . . . .	695
7.7.2	Analyse von Vierfeldertafeln . . . . .	698
7.7.2.1	Fallzahl und Power zum Vierfeldertest . . . . .	703
7.7.2.2	Minimales $n$ für den Vierfeldertest . . . . .	705
7.7.2.3	Vorsicht vor Trugschlüssen beim Vierfeldertest . . . . .	706
7.7.3	Spezielle Risiko- und Effektmaße . . . . .	707
7.7.3.1	Odds Ratio und relatives Risiko . . . . .	707
7.7.3.2	Konfidenzintervalle für das Relative Risiko $\psi$ und für die Odds Ratio $\omega$ . . . . .	710
7.7.3.3	Stichprobenumfänge für die Schätzung von Odds Ratio $\omega$ und Relativem Risiko $\psi$ . . . . .	712
7.7.3.4	Der expositionsbedingte Anteil Erkrankter: Population Attributable Risk . . . . .	717
7.7.3.5	Number Needed to Treat (NNT) . . . . .	719
7.7.4	Exakter Test nach R.A. Fisher . . . . .	721
7.7.5	Äquivalenz zweier Binomialwahrscheinlichkeiten . . . . .	724
7.7.6	Der von McNemar modifizierte Vorzeichentest . . . . .	727
7.7.7	Test nach Mantel-Haenszel . . . . .	732
7.7.7.1	Breslow-Day-Test . . . . .	734
7.7.7.2	Die Kombination von Vierfeldertafeln . . . . .	737
7.7.8	Der $k \times 2$ -Felder-Chiquadrat-Test nach Brandt und Snedecor . . . . .	739
7.7.8.1	Multipler Vergleich von Anteilen (Marascuilo-Prozedur) . . . . .	743
7.7.8.2	Homogenitätstest nach Ryan (Lückentest) . . . . .	745
7.7.8.3	Power- und Fallzahlabeschätzung zum $k \times 2$ -Felder-Test . . . . .	746
7.7.9	Cochran-Armitage Test auf linearen Trend . . . . .	747

7.7.10	Vergleich mehrerer Anteile mit einem vorgegebenen Anteilswert (Standard)	751
7.7.11	Die Analyse von Kontingenztafeln	753
7.7.11.1	Kontingenzkoeffizient - Stärke des Zusammenhangs	761
7.7.11.2	Fallzahl und Power für die Analyse von Kontingenztafeln	763
7.7.11.3	Lokalisation der stochastischen Abhängigkeit nach Hommel	764
7.7.11.4	Simultane Paarvergleiche nach Royen	765
7.7.12	Bowker-Test auf Symmetrie in quadratischen Mehrfeldertafeln	769
7.7.13	Marginalhomogenitätstest nach Lehmacher	770
7.7.14	Stuart-Maxwell-Test auf Homogenität der Randverteilungen	771
7.7.15	Q-Test nach Cochran	773
7.7.15.1	Simultane Konfidenzintervalle für paarweise Differenzen von Erfolgsanteilen	775
7.7.16	Cohen's Kappa-Koeffizient $\kappa$	776
7.7.16.1	Das gewichtete Kappa	779
7.7.16.2	Das Kappa für mehrfache Beurteilungen (Multi-Rater)	781
7.7.17	Krippendorff's Alpha	783
7.7.18	Kendall's Konkordanzkoeffizient $W$	784
7.8	Hypothesentests zur Korrelation und Regression	786
7.8.1	Hypothesentest zum Korrelationskoeffizienten (Pearson)	787
7.8.1.1	$z$ -Transformation nach R.A. Fisher	791
7.8.1.2	Korrelation bei Mehrfachbeobachtungen	794
7.8.1.3	Fallzahl und Power zum Korrelationskoeffizienten	797
7.8.1.4	Der Vergleich mehrerer Korrelationskoeffizienten	799
7.8.2	Prüfung des Rang-Korrelationskoeffizienten nach Spearman (Rho-S)	800
7.8.3	Prüfung des Rang-Korrelationskoeffizienten nach Kendall (Tau)	802
7.8.4	Hypothesentests zu den Parametern einer Regression	805
7.8.4.1	Prüfung der Linearität einer Regression	805
7.8.4.2	Chow-Test: „Strukturbruch“ in einer linearen Regression	806
7.8.4.3	Durbin-Watson-Test: Autokorrelation in den Residuen	808
7.8.4.4	Prüfung des Regressionskoeffizienten gegen Null	811
7.8.4.5	Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothetischen Regressionskoeffizienten.	811
7.8.4.6	Prüfung der Differenz zwischen einem geschätzten und einem hypothetischen Achsenabschnitt.	812
7.8.4.7	Vergleich zweier Regressionskoeffizienten	812
7.8.4.8	Vergleich zweier Achsenabschnitte	814
<b>8</b>	<b>Statistische Modellbildung</b>	<b>815</b>
8.1	Einführung	815
8.2	Lineare Regressionsmodelle	819
8.2.1	Die einfache lineare Regression	819
8.2.2	Multiple lineare Regression	824
8.2.3	Überwindung von Multikollinearität in Regressionsmodellen.	828
8.2.4	Analyse der Residuen im linearen Modell	829
8.2.5	Heteroskedastizität im linearen Modell	833
8.2.6	Hypothesentest und Konfidenzintervalle zum linearen Modell	834
8.2.7	Verfahren der Variablenauswahl	836
8.2.8	Nominalskalierte Einflussgrößen	839
8.3	Varianzanalyse im linearen Modell	840
8.3.1	Einfaktorielle Varianzanalyse	840
8.3.1.1	Erwartungswert-Parametrisierung	841
8.3.1.2	Effekt-Parametrisierung: Dummy-Codierung	842

	8.3.1.3	Effekt-Parametrisierung: Effekt-Codierung	842
	8.3.1.4	Varianzkomponenten - ANOVA	843
	8.3.1.5	Klassenbildung von stetigen Einflussgrößen	845
	8.3.2	Zweifaktorielle Varianzanalyse	846
8.4		Logistische Regression	849
	8.4.1	Hypothesentest im logistischen Regressionsmodell	853
	8.4.2	Multiple logistische Regression	854
	8.4.3	Interpretation der Regressionskoeffizienten	857
	8.4.4	Variablenauswahl im Rahmen der Modellbildung	859
	8.4.5	Residuenanalyse	861
	8.4.6	Pseudo-Bestimmtheitsmaße (Pseudo- $R^2$ )	862
	8.4.7	Güte der Klassifikation: ROC/AUC-Analyse	863
	8.4.8	Propensity-Score Matching	864
8.5		Poisson-Regression und loglineare Modelle	866
	8.5.1	Poisson-Regression	866
	8.5.1.1	Dispersionsindex und Poisson-Regression	869
	8.5.2	Poisson-Regression zum relativen Risiko aus Raten	869
	8.5.3	Analyse von Kontingenztafeln	871
	8.5.4	Loglineares Modell am Beispiel von 2 Faktoren	874
	8.5.5	Dreidimensionale Kontingenztafeln	876
	8.5.5.1	Modellbildung unter verschiedenen Restriktionen	876
	8.5.5.2	Modellauswahl im loglinearen Ansatz	878
	8.5.5.3	Fünf Einschränkungen und Hinweise zum loglinearen Modell	881
8.6		Modelle zu wiederholten Messungen	882
	8.6.1	Varianzanalyse für wiederholte Messungen	882
	8.6.2	Lineare gemischte Modelle	886
	8.6.3	Analyse von Cluster-Daten	893
	8.6.4	Verallgemeinerte Schätzgleichungen	898
8.7		Analyse von Überlebenszeiten	903
	8.7.1	Kaplan-Meier Schätzung der Überlebensfunktion	905
	8.7.2	Der Logrank-Test	910
	8.7.3	Parametrische Regressionsmodelle für Überlebenszeiten	913
	8.7.3.1	Exponentielles Regressionsmodell	914
	8.7.3.2	Gompertz Regressionsmodell	916
	8.7.3.3	Weibull Regressionsmodell	917
	8.7.3.4	Loglogistisches Regressionsmodell	918
	8.7.3.5	Modellwahl und Güte der Anpassung	919
	8.7.3.6	AFT-Modelle (Accelerated Failure Time)	922
	8.7.4	Das Proportional-Hazards Modell von Cox	924
	8.7.4.1	Parameter-Schätzung zum Cox-Modell	924
	8.7.4.2	Interpretation der Parameter	926
	8.7.4.3	Modellbildung; zur Auswahl und Bewertung geeigneter Einflussgrößen	930
	8.7.4.4	Residuenanalyse - Güte der Modellanpassung	932
<b>9</b>		<b>Einführung in R</b>	<b>936</b>
	9.1	Das Konsolfenster	936
	9.2	Hilfestellung in R	940
	9.3	Objekte in R	941
	9.3.1	Vektoren	941
	9.3.2	Erzeugen von Vektoren und Dateneingabe	943
	9.3.3	Faktoren in R, Klassenbildung	944

9.3.4 Erzeugen von Matrizen und Tabellen .....	944
9.3.5 Rechnen mit Matrizen in R am Beispiel der Herleitung einer Kovarianzmatrix .....	945
9.3.6 Tabellenstruktur: Daten in Rahmen (data.frame) .....	946
9.4 Fehlende Angaben .....	949
9.5 Auswahl und Sortierung von Daten .....	950
9.6 Ablaufsteuerung: logische Bedingungen und Funktionen in R .....	952
9.7 Einige mathematische und statistische Funktionen .....	956
9.8 Modellbildung in R .....	959
9.9 Einfache graphische Funktionen und Hilfsmittel .....	960
<b>Literaturverzeichnis</b> .....	965
<b>Autorenverzeichnis</b> .....	999
<b>Sachverzeichnis</b> .....	1007
<b>Verzeichnis zu den Beispielen</b> .....	1045
<b>Verzeichnis zu R-Funktionen</b> .....	1049